

УДК 621.941

Албакуш Аимен, аспирант, А.А. Оргиян, д-р техн. наук, Одесса, Украина

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗГИБНО-КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ТОНКОМ РАСТАЧИВАНИИ**

*У статті розглянуті фізичні уявлення збудження спільних згибно-крутильних коливань. В експериментах з розточування оброблялися втулки зі сталі 45 і чавуну СЧ18. Вимірювалися амплітуди вимушених коливань вершини різця, викликані вигином і крученням борштанги. Встановлено, що вплив крутильних коливань на згині проявляється лише для малих значень діаметрів борштанг менше 16 мм. Відповідно до розрахункової схеми складено рівняння руху замкнутої динамічної системи, а також показаний вид поверхні, що обмежує області стійкості.*

*Ключові слова: тонке розточування, динамічна система, вимушені коливання*

*В статье рассмотрены физические представления возбуждения совместных изгибно-крутильных колебаний. В экспериментах по растачиванию обрабатывались втулки из стали 45 и чугуна СЧ18. Измерялись амплитуды вынужденных колебаний вершины резца, вызванные изгибом и кручением борштанги. Установлено, что влияние крутильных колебаний на изгибные проявляется лишь для малых значений диаметров борштанг меньше 16мм. В соответствии с расчетной схемой составлены уравнения движения замкнутой динамической системы, а также показан вид поверхности, ограничивающей области устойчивости.*

*Ключевые слова: тонкое растачивание, динамическая система, вынужденные колебания*

*Physical representations of joint flexural-and-torsional vibrations excitation are considered in the article. Steel bushings 45 and cast iron bushings C418 were processed in boring experiments. The amplitudes of forced oscillations of the toll point caused by bending and torsion of the boring bars were measured. It is evaluated that the effect of the torsional vibrations on the bends emerged only for small values of diameters of boring bars less than 16 mm. In accordance with the analytical model the equations of motion of a closed-loop dynamical system are drawn, and the type of surface that limits the stability area is shown.*

*Keywords: fine boring, dynamic system, forced oscillations*

Взаимодействие изгибной и крутильной форм колебаний борштанг Л.Б.Эрлих [1] связывал с «внутренним резонансом». Теория координатной связи [2] также приводит к выводу о возможности возбуждения изгибно-крутильных колебаний нарастающего уровня лишь в случае близости значений собственных частот изгибных и крутильных колебаний борштанг [3]. Однако эти представления не объясняют причин возникновения интенсивных изгибно-крутильных колебаний при значительном различии собственных частот, что систематически наблюдалось в наших экспериментах [4].

При изучении взаимодействия изгибных и крутильных колебаний следует различать две формы последних: высокочастотные упругие

крутильные колебания борштанги и низкочастотные угловые колебания, вызываемые упругими деформациями в приводе главного движения станков.

В экспериментах обрабатывались образцы из стали 45 и чугуна СЧ 18 борштангами диаметром  $d_1 = 12$  мм, 16 и 25 мм при  $l_1/d_1 = 2 \dots 4$ . Стальные образцы растачивались при  $t = 0,05 \dots 0,3$  мм и  $v = 120$  м/мин; при обработке обоих материалов  $s = 0,3$  и  $0,06$  мм/об. Измерялись амплитуды вибрационных перемещений вершины резца  $a_y$ ,  $a_{zu}$  и  $a_{zk}$ , вызванные соответственно изгибом в направлениях, нормальном и касательном к обрабатываемой поверхности, и кручением борштанги. По значениям  $a_y$  и  $a_{zu}$  определялась полная амплитуда  $a_n$  изгибных колебаний (рис. 1).

Результаты измерений при обработке чугуна (рис. 1) и стали подобны характеру зависимости от условий обработки.

Для амплитуд колебаний выполняется соотношения  $a_{zu} = (1,2-1,8) a_y$  и  $a_{zu} = (0,1-0,6) a_y$ , причем  $a_{zu}/a_y$  мало изменяется, а  $a_{zk}/a_y$  заметно убывает с увеличением диаметра  $d_1$  борштанги. Увеличение глубины резания приводит к небольшому совместному росту всех компонентов амплитуды колебаний.

В спектрах компонент изгибных колебаний при  $d_1 = 12$  мм появляется гармоника высокой интенсивности на собственной частоте крутильной формы (5 – 12 кГц), исчезающая при  $d_1 = 16$  и 25 мм, для которых изгибные колебания развиваются на частотах 0,4 – 3 кГц, совпадающих с частотами свободных изгибных колебаний.

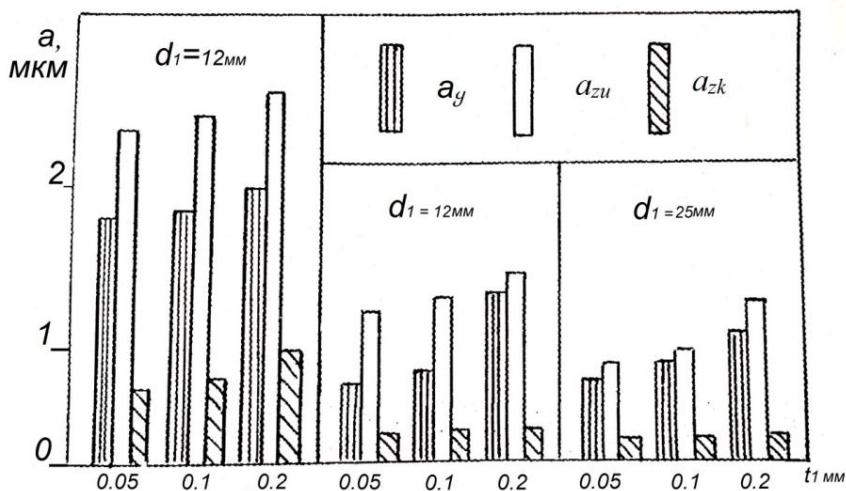


Рисунок 1 – Амплитуды колебаний при точении чугуна ( $l_1/d_1 = 3$ ;  $s = 0,03$  мм/об):  $a_y$  и  $a_{zu}$  – изгиб;  $a_{zk}$  – кручение.

Установлено, что возникновение интенсивных вибраций не связано с совпадением либо кратностью собственных частот двух форм. Таким

образом, влияние крутильных колебаний на изгибные проявляется лишь при малых значениях диаметра борштанги (менее 16 мм).

Отмеченные особенности взаимодействия изгибных и высокочастотных крутильных колебаний поясняются расчетным анализом свойств динамической системы. Принятой расчетной схеме (рис. 2) соответствует система уравнений движения.

$$\begin{aligned} \frac{md^2u}{dt^2} + \frac{r_u du}{dt} + c_u u &= (\cos \varphi_u + \mu \sin \varphi_u) P_z; \\ \frac{Jd^2\varphi}{dt^2} + r \frac{\varphi d\varphi}{dt} + c_\varphi \varphi &= RP_z; \\ \frac{T_p dP_z}{dt} + P_z &= -(k_p \sin \varphi_u)u + \frac{k_s du}{dt} + \frac{k_s R d\varphi}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mu$  - коэффициент трения стружки о переднюю грань резца,  $R$  - радиус обрабатываемой поверхности.

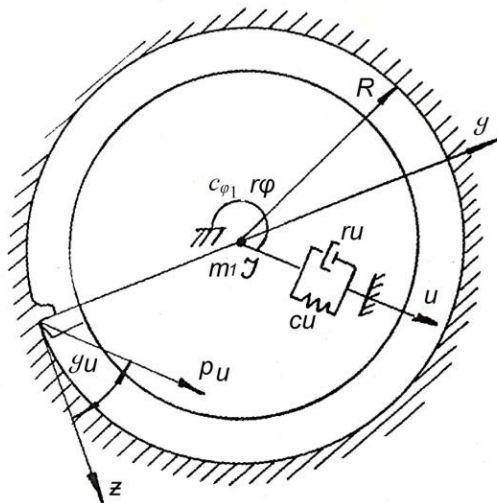


Рисунок 2 – Изгибно-крутильные колебания при растачивании  
После перехода к переменным:

$$\tau = \omega_u t, \quad v = c_u u / (\cos \varphi_u + \mu \sin \varphi_u), \quad \psi = c_\varphi \varphi / R,$$

и безразмерным параметрам:

$$\begin{aligned}\Omega &= \omega_u / \omega_\varphi, \gamma_1 = k_p (\cos \varphi_u + \mu \sin \varphi_u) / c_u, \\ \beta_1 &= k_s \omega_u \cos \varphi_u (\cos \varphi_u + \mu \sin \varphi_u) / c_u, \beta_2 = k_s R^2 \omega_u / c_\varphi, \\ \kappa_1 &= r_u (m c_u)^{-1/2} \quad \kappa_2 = r_\varphi (J c_\varphi)^{-1/2}\end{aligned}$$

уравнения (1) принимают вид

$$\begin{aligned}d^2 v / d\tau^2 + \kappa_1 dv / d\tau + v &= P_z; \\ \Omega^2 d^2 \psi / d\tau^2 + \Omega \kappa_2 d\psi / d\tau + \psi &= P_z; \\ \theta dP_z / d\tau + P_z &= -\gamma_1 v + \beta_1 dv / d\tau + \beta_2 d\psi / d\tau.\end{aligned}\tag{2}$$

Условие существования периодического решения этой системы уравнений

$$\begin{vmatrix} 1 - v^2 + i\kappa_1 v & 0 & -1 \\ 0 & 1 - \Omega^2 v^2 + i\Omega \kappa_2 v & -1 \\ \gamma_1 - i\beta_1 v & -i\beta_2 v & 1 + i\theta v \end{vmatrix} = 0,\tag{3}$$

где  $v$  - круговая частота колебаний, позволяет получить в параметрической форме уравнения поверхности, ограничивающей область устойчивости решений системы (3):

$$\begin{aligned}(1 - \Omega^2 v^2) \gamma_1 + \Omega \kappa_2 v^2 \beta_1 + \kappa_1 v^2 \beta_2 &= \Omega \kappa_1 \kappa_2 v^2 - (1 - v^2) (1 - \Omega^2 v^2) + \\ + \theta v^2 [\kappa_1 (1 - \Omega^2 v^2) + \Omega \kappa_2 (1 - v^2)] & \\ \Omega \kappa_2 \gamma_1 - (1 - \Omega^2 v^2) \beta_1 - (1 - v^2) \beta_2 &= -\kappa_1 (1 - \Omega^2 v^2) - \Omega \kappa_2 (1 - v^2) + \\ + \theta [\Omega \kappa_1 \kappa_2 v^2 - (1 - v^2) (1 - \Omega^2 v^2)] &\end{aligned}\tag{4}$$

На осях пространства коэффициентов связанности эта поверхность отсекает отрезки  $\gamma_{10} = (\theta + \theta^{-1} + \kappa_1) \kappa_1$ ,  $\beta_{10} = \gamma_{10} / (\theta^{-1} + \kappa_1)$ , совпадающие с показанными на рис. 1.9, и

$$\beta_{20} = \Omega \kappa_2 (\Omega^{-1} \theta + \Omega \theta^{-1} + \kappa_2) / (\Omega \theta^{-1} + \kappa_2).\tag{5}$$

Численные оценки положения рабочих точек относительно границы области устойчивости основаны на аппроксимации данных опыта о зависимости параметров ЭУДИС от размеров борштанг при  $d_1=12\dots25$  мм:

$\theta = 0,05/(l_1/d_1)d_1$ ;  $\Omega = 0,125$ ;  $\gamma_1 = 0,75(l_1/d_1)^2 d_1$ ;  $\beta_1 = 0,025$ ;  $l_1/d_1$ ;  $\beta_2 = 16 \cdot 10^{-5} R^2/d^4$  (принято  $t = 0,1$  мм;  $s = 0,03$  мм/об,  $r = 0,2$  мм).

Результаты расчетов, приведенных в таблице показывают, что с уменьшением диаметра борштанги коэффициенты связанности изгибных перемещений с процессом резания становятся существенно меньше своих граничных значений, а коэффициенты связанности угловых перемещений возрастают, достигая своих граничных значений.

Таблица – Параметры поверхности

$d_1$ , мм	$l_1/d_1$	$\gamma_1$	$\gamma_{10}$	$\beta_1$	$\beta_{10}$	$\beta_2$	$\beta_{20}$
12	2	0,035	0,266	0,050	0,458	0,560	1,310
	3	0,080	0,221	0,075	0,270	0,560	0,744
	4	0,145	0,210	0,100	0,198	0,560	0,485
16	2	0,048	0,230	0,050	0,311	0,270	0,879
	3	0,108	0,210	0,075	0,198	0,270	0,485
	4	0,192	0,216	0,100	0,157	0,270	0,313
25	2	0,075	0,210	0,050	0,191	0,092	0,457
	3	0,170	0,227	0,075	0,142	0,092	0,245
	4	0,300	0,260	0,100	0,124	0,092	0,155

На рисунке 3 показан вид поверхности, ограничивающей область устойчивости.

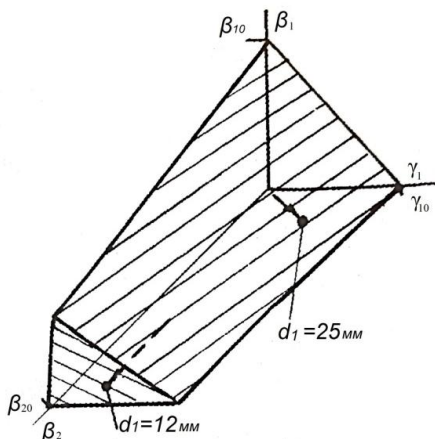


Рисунок 3 – Результаты расчета устойчивости динамической системы

На участке поверхности, пересекающем оси  $\gamma_1$  и  $\beta_1$ , лежат точки, соответствующие изгибной форме колебаний, а на участке, пересекающем ось  $\beta_2$ , точки, соответствующие крутильной форме. Тонкие линии на поверхности – линии равных частот. Показано, что с ростом отношения  $l_1/d_1$  при  $d_1 = 25$  мм рабочая точка выходит на участок, соответствующий потере устойчивости по изгибной форме, а при  $d_1 = 25$  мм – по крутильной форме, что соответствует описанным выше данным эксперимента. Зная положение рабочей точки относительно границы области устойчивости, можно решать и задачи с переменными параметрами.

**Список использованных источников:** 1. Эрлих Л.Б. Внутренний резонанс – одна из причин, способствующих появлению вибраций при обработке на станках / Станки и инструмент. – 1949. – с. 20-22. 2. Кудинов В.А. Колебания в станках // Вибрации в технике: Справочник / Т.3. – М.: Машиностроение, 1980. – с.118-130. 3. Оргиян А.А. Колебания и устойчивость упругих систем обточных копировальных станков // Високі технології в машинобудуванні: 36 наук. пр. НТУ «ХПІ». 2000. Вип.1(13). – с. 184-190. 4. Ю.Н.Внуков, Стенд для изучения механических колебаний при фрезеровании маложестких деталей концевыми фрезами / Внуков Ю.Н., Логоминов В.А. , и др. // Резание и инструмент в технологических системах: Межд. научн. техн.сб – Вып. 80 – Харьков: НТУ «ХПИ», 2011.- с.32-37.

**Bibliography (transliterated):** 1. Jerlih L.B. Vnutrennij rezonans – odna iz prichin, sposobstvujushhih pojavleniju vibracij pri obrabotke na stankah / Stanki i instrument. – 1949. - s. 20-22. 2. Kudinov V.A. Kolebanija v stankah // Vibracii v tehnike: Spravochnik / T.Z. – M.: Mashinostroenie, 1980. – s.118-130. 3. Orgijan A.A. Kolebanija i ustojchivost' uprugih sistem obtochnyh kopiroval'nyh stankov // Visoki tehnologii v mashinobuduvanni: 36 nauk. pr. NTU «HPI». 2000. Vyp.1(13). – s. 184-190. 4. Ju.N.Vnukov Stend dlja izuchenija mehanicheskikh kolebanij pri frezerovanii malozhestkikh detalej koncevymi frezami / Vnukov Ju.N. , Logominov V.A. , i dr. // Rezanie i instrument v tehnologicheskikh sistemah: Mezhd. nauchn. tehn.sb – Vyp. 80 – Har'kov: NTU «HPI», 2011.- s.32-37.

*Поступила в редколлегию 25.06.2018*